

实现 MIMO 系统串行干扰消除迫零检测的快速递归算法

殷作亮, 毛兴鹏, 张钦宇, 张乃通

(哈尔滨工业大学 通信技术研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对贝尔实验室分层空时架构中串行干扰消除迫零检测复杂度较高的问题, 提出了一种低复杂度快速递归算法, 并给出该算法的快速实现方案及其复杂度分析。理论分析与仿真结果表明, 与快速递归算法(FRA)相比, 所提算法具有低复杂度、易于实现和低存储需求等优势, 且其误码性能在实际条件下接近最优, 因此具有较高的实用性和良好的应用前景。

关键词: 多输入多输出系统; 贝尔实验室分层空时架构; 迫零检测; 串行干扰消除; 快速递归算法; 计算复杂度
中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-436X(2012)07-0067-08

Fast recursive algorithm for implementation of MIMO ZF-SIC detection

YIN Zuo-liang, MAO Xing-peng, ZHANG Qin-yu, ZHANG Nai-tong

(Communication Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: To reduce the complexity of the zero-forcing (ZF) detection with successive interference cancellation (SIC) in a Vertical Bell Labs layered space-time (V-BLAST) systems, a computationally efficient recursive algorithm was proposed. A fast implementation of the proposed algorithm was developed and its complexity was analyzed in detail. Theoretical analysis and simulations demonstrate significant advantages of the proposed algorithm over the fast recursive algorithm (FRA) on complexity, practicability and storage requirements. Moreover, its performance on symbol error rate (SER) is close to optimal under practical conditions. These advantages make the proposed algorithm more efficient and practical.

Key words: multiple-input multiple-output systems; Vertical Bell Labs layered space-time (V-BLAST) architecture; zero-forcing detection; successive interference cancellation; FRA; computational complexity

1 引言

随着高速无线数据传输需求的日益增长, 多输入多输出 (MIMO) 系统应运而生。该系统通过在收发两端分别配置多个天线引入“空间”维度, 从而在不增加额外发射功率和带宽的条件下极大地提高数据传输速率或可靠性。MIMO 系统被认为是进一步提高系统性能的有力方案^[1~4]。

根据实现目的不同, MIMO 系统主要有 2 种实现模式: 分集模式和复用模式。分集模式通过空时分组码^[5]和空时格码^[6]等有效编码方案, 竭力挖掘系统的分集增益, 从而提高系统在衰落环境下的可靠性; 而复用模式通过对 MIMO 信道并行分解, 使每个码元周期内可同时发送多个独立的符号, 从而获得复用增益, 成倍提高系统的数据传输速率。贝尔实验室分层空时结构 (BLAST)^[7,9]是空分复用模

收稿日期: 2011-06-22; 修回日期: 2011-12-25

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (“973” 计划) 基金资助项目 (2007CB310606); 国家自然科学基金资助项目 (61171180, 61001093)

Foundation Items: The National Basic Research Program of China (973 Program) (2007CB310606); The National Natural Science Foundation of China (61171180, 61001093)

式的典型方案, 包括垂直 BLAST (V-BLAST)、水平 BLAST (H-BLAST) 和对角 BLAST (D-BLAST) 3 种基本方案。其中, V-BLAST 被公认为最具实现潜力。在其发送端, 发送数据被分为多个独立的子数据流, 每个子数据流经星座点映射后, 在相应的天线上发送; 接收端一般采用串行干扰消除 (SIC) 技术, 即先将所有发送符号按接收信噪比排序, 对信噪比最高的符号进行估计 (此时将其他符号视为噪声), 然后从总接收信号中消除该符号的影响, 再检测下一个信噪比最高的符号, 直至所有发送符号均被检出。贝尔实验室测试结果表明, 未编码 V-BLAST 系统的频谱效率高达 20~40bit/s/Hz^[8]。

根据 2 种不同的符号估计准则, 即迫零 (ZF) 准则和最小均方误差 (MMSE) 准则, V-BLAST 系统的检测算法可分为 ZF-SIC 和 MMSE-SIC。然而, 这 2 种算法直接实现的复杂度均较高, 使其难以应用于实时系统^[10], 因此寻找可高效实现的改进算法是必要的。

为实现上述目标, 国内外学者主要提出 2 类快速算法: 一类基于文献[11]提出的方根算法 (SRA), 该算法利用矩阵分解和酉变换, 避免了矩阵平方和求逆运算, 具有较高的数值稳定性; 另一类基于文献[10]提出的快速递归算法 (FRA), 该算法具有比 SRA 更低的计算复杂度。文献[12~15]和文献[16~20]分别为 SRA 和 FRA 的改进算法, 这些算法的提出进一步降低了 V-BLAST 系统检测的复杂度。Liu 对 FKA 及其改进算法的复杂度进行了总结^[21]。

本文利用 ZF-SIC 检测器的结构, 通过 2 个辅助命题以及矩阵变换, 提出了一种基于 ZF-SIC 检测的改进递归算法, 并对其实现复杂度进行了理论分析与仿真。本文从以下 4 个方面对提出的算法进行评估: 计算复杂度、实现难度、存储需求和差错性能。理论分析与仿真得出, 提出的算法具有以下 3 点优势: ①计算复杂度仅为 FRA 的 43%, 接近现有算法的最低计算复杂度; ②算法中无需对矩阵的行与列进行大量的交换 (在 FRA 及其改进算法^[17~20]中需要), 因此算法较易实现; ③与 FRA 相比, 算法的存储需求较低。同时仿真证明, 在实际情况下本文算法的差错性能接近最优。

本文结构如下: 第 2 节给出系统模型和 FRA 算法; 第 3 节提出改进的 ZF-SIC 递归检测算法; 其快速实现方案及复杂度分析在第 4 节给出; 第 5 节通过分析及仿真对提出的算法进行评估; 第 6 节

总结全文。

2 系统模型及 FRA 算法

2.1 系统模型

考虑一个具有 M 个发射天线与 $N (\geq M)$ 个接收天线的 ZF-SIC V-BLAST 系统, 并假设其处于富于散射路径的平衰落无线环境中。 $N \times M$ 复信道矩阵可表示为

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_M] = [\underline{\mathbf{h}}_1^H, \underline{\mathbf{h}}_2^H, \dots, \underline{\mathbf{h}}_M^H]^H \quad (1)$$

其中, \mathbf{h}_m 和 $\underline{\mathbf{h}}_n$ 分别为信道矩阵 \mathbf{H} 的第 m 列和第 n 行。富于散射的无线环境保证了信道矩阵 \mathbf{H} 中的元素互相统计独立, 因此 \mathbf{H} 具有满列秩。设发送符号向量为 $\mathbf{a}(k) = [a_1(k), a_2(k), \dots, a_M(k)]^T$, 其协方差矩阵为 $E\{\mathbf{a}(k)\mathbf{a}^H(k)\} = \sigma_a^2 \mathbf{I}_M$ 。接收端在第 k 时刻采样得到的接收符号向量表示为

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}\mathbf{a}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{n}(k)$ 为 N 维零均值复高斯噪声向量, 其协方差矩阵为 $E\{\mathbf{n}(k)\mathbf{n}^H(k)\} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_N$ 。在 V-BLAST 系统中, 训练序列被插入到每个发送帧的前缀中, 并在接收端进行信道估计。此处假设接收端已知信道矩阵 \mathbf{H} , 并且不对其真实值与估计值进行区分。为节省篇幅, 传统 V-BLAST 检测算法请参见文献[7~9]。

2.2 FRA 算法

文献[11]提出的 FRA 算法被公认为是经典的快速递归算法, 国内外学者常将新算法与其进行比较。此处首先对基于 ZF-SIC 检测的 FRA 算法进行简要总结。该算法由初始化和递归 2 部分组成。

1) 初始化阶段

首先计算 $\mathbf{R}_M = \mathbf{H}^H \mathbf{H}$ 和 $\mathbf{Q}_M = \mathbf{R}_M^{-1}$ 。 \mathbf{R}_M 和 \mathbf{Q}_M 可由式(3)和式(4)分别递归计算。

$$\mathbf{R}_{[n]} = \sum_{p=1}^n \underline{\mathbf{h}}_p \underline{\mathbf{h}}_p^H = \mathbf{R}_{[n-1]} + \underline{\mathbf{h}}_n \underline{\mathbf{h}}_n^H \quad (3)$$

$$\mathbf{Q}_{[n]} = \mathbf{Q}_{[n-1]} - \frac{\mathbf{Q}_{[n-1]} \underline{\mathbf{h}}_n \underline{\mathbf{h}}_n^H \mathbf{Q}_{[n-1]}}{1 + \underline{\mathbf{h}}_n^H \mathbf{Q}_{[n-1]} \underline{\mathbf{h}}_n} \quad (4)$$

其中, 初始条件为 $\mathbf{R}_{[0]} = \mathbf{0}_M$, $\mathbf{Q}_{[M]} = \sum_{p=1}^M \underline{\mathbf{h}}_p \underline{\mathbf{h}}_p^H$ 。最终可得 $\mathbf{R}_M = \mathbf{R}_{[N]}$ 及 $\mathbf{Q}_M = \mathbf{Q}_{[N]}$ 。

2) 递归阶段

初始条件: $\mathbf{R}_M, \mathbf{Q}_M, \mathbf{H}_M = \mathbf{H}, \mathbf{y}_M(k) = \mathbf{y}(k)$ 和 $\mathbf{f}(k) = [1, 2, \dots, M]$, 其中, $\mathbf{f}(k)$ 为译码顺序向量。在第 m 次迭代中 ($m=1, 2, \dots, M$), 按以下步骤进行检测。

① 找出 $l_m = \arg \min_p \mathbf{Q}_{M-m+1,pp}$, 其中, $\mathbf{Q}_{M-m+1,pp}$ 表示 \mathbf{Q}_{M-m+1} 第 p 个对角线元素。

② 交换单位阵 \mathbf{I}_{M-m+1} 的第 l_m 行与第 $M-m+1$ 行得到置换阵 $\mathbf{J}_{M-m+1}^{l_m}$, 并利用该置换阵对 \mathbf{H}_{M-m+1} 的第 l_m 列和第 $M-m+1$ 列 (最后一列) 进行交换。

$$\mathbf{H}_{M-m+1} \mathbf{J}_{M-m+1}^{l_m} \rightarrow \mathbf{H}_{M-m+1} \quad (5)$$

利用 $\mathbf{J}_{M-m+1}^{l_m}$ 分别对 \mathbf{R}_{M-m+1} 和 $\mathbf{Q}_{M-m+1} = \mathbf{R}_{M-m+1}^{-1}$ 相应的行与列进行交换。

$$\mathbf{J}_{M-m+1}^{l_m} \mathbf{R}_{M-m+1} \mathbf{J}_{M-m+1}^{l_m} \rightarrow \mathbf{R}_{M-m+1} \quad (6)$$

$$\mathbf{J}_{M-m+1}^{l_m} \mathbf{Q}_{M-m+1} \mathbf{J}_{M-m+1}^{l_m} \rightarrow \mathbf{Q}_{M-m+1} \quad (7)$$

相应地, 交换 $\mathbf{f}(k)$ 中第 l_m 元素与第 $M-m+1$ 元素

$$\mathbf{f}_{l_m}(k) \leftrightarrow \mathbf{f}_{M-m+1}(k) \quad (8)$$

其中, $\mathbf{f}_i(k)$ 表示 $\mathbf{f}(k)$ 的第 i 元素。

③ 令 $p_m = f_{l_m}(k)$ 。发送符号 $a_{p_m}(k)$ 可由式(9)进行估计:

$$\tilde{a}_{p_m}(k) = \mathbf{q}_{M-m+1}^H \mathbf{H}_{M-m+1}^H \mathbf{y}_{M-m+1} \quad (9)$$

其中, \mathbf{q}_{M-m+1}^H 为 \mathbf{Q}_{M-m+1} 的最后一行。将 $\tilde{a}_{p_m}(k)$ 与最近的星座点相匹配, 得到估计的硬判决为

$$\hat{a}_{p_m}(k) = S[\tilde{a}_{p_m}(k)] \quad (10)$$

其中, $S[\cdot]$ 表示星座点匹配操作。此时若 $m=M$, 则所有符号均已检出, 算法结束; 若 $m \neq M$, 算法继续。

④ 消除已检出符号对接收信号的影响, 得到更新后的接收信号

$$\mathbf{y}_{M-m}(k) = \mathbf{y}_{M-m+1}(k) - \hat{a}_{p_m}(k) \mathbf{h}_{p_m} \quad (11)$$

⑤ 更新 \mathbf{H}_{M-m} 、 \mathbf{R}_{M-m} 和 \mathbf{Q}_{M-m} : 删除 \mathbf{H}_{M-m+1} 的第 $M-m+1$ 列 (最后一列) 即可得到 \mathbf{H}_{M-m} 。 \mathbf{R}_{M-m+1} 和 \mathbf{Q}_{M-m+1} 具有如下表达式:

$$\mathbf{R}_{M-m+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{M-m} & \mathbf{v}_{M-m} \\ \mathbf{v}_{M-m}^H & \eta_m \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{Q}_{M-m+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{M-m} & \mathbf{w}_{M-m} \\ \mathbf{w}_{M-m}^H & \gamma_m \end{bmatrix} \quad (13)$$

因此 \mathbf{R}_{M-m} 可由 \mathbf{R}_{M-m+1} 直接得到。 \mathbf{Q}_{M-m} 可根据式(14)计算

$$\mathbf{Q}_{M-m} = \mathbf{Q}_{M-m+1} - \frac{\mathbf{u}_{M-m} \mathbf{u}_{M-m}^H}{\eta_m + \mathbf{v}_{M-m}^H \mathbf{u}_{M-m}} \quad (14)$$

其中, $\mathbf{u}_{M-m} \triangleq \mathbf{Q}_{M-m} \mathbf{v}_{M-m}$ 。

经过初始化与递归阶段后, 最终得到发送信号

的估计向量 $[\hat{a}_{p_1}(k), \hat{a}_{p_2}(k), \dots, \hat{a}_{p_M}(k)]^T$ 和译码顺序向量 $\mathbf{f}(k)=[p_M, p_{M-1}, \dots, p_1]$ 。

3 改进的 ZF-SIC 快速递归算法

3.1 算法推导

首先给出以下 2 个辅助命题并对其证明, 作为算法推导的铺垫。

命题 1 设 $N \times m$ 矩阵 $\Phi_m = [\mathbf{f}_{t_1}, \mathbf{f}_{t_2}, \dots, \mathbf{f}_{t_m}]$ 具有满列秩, 其中, $t_i \in \{1, 2, \dots, m\}$, 且 $t_i \neq t_j, \forall i \neq j$ 。

设 $\mathbf{A}_m = \Phi_m^H \Phi_m$, $m=1, 2, \dots, M$, 若 $N \times N$ 递归矩阵 \mathbf{T}_m 定义为

$$\begin{cases} \mathbf{T}_0 \triangleq \mathbf{I}_N \\ \mathbf{T}_m \triangleq \mathbf{I}_N - \Phi_m \mathbf{A}_m^{-1} \Phi_m^H, 1 \leq m \leq M \end{cases} \quad (15)$$

则 \mathbf{T}_m 可由 \mathbf{T}_{m-1} 直接计算获得

$$\mathbf{T}_m = \mathbf{T}_{m-1} - \frac{\mathbf{T}_{m-1} \mathbf{f}_{t_m} \mathbf{f}_{t_m}^H \mathbf{T}_{m-1}}{\mathbf{f}_{t_m}^H \mathbf{T}_{m-1} \mathbf{f}_{t_m}} \quad (16)$$

证明 根据定义可得

$$\mathbf{T}_m \triangleq \mathbf{I}_N - [\Phi_{m-1} \quad \mathbf{f}_{t_m}] \mathbf{A}_m^{-1} [\Phi_{m-1} \quad \mathbf{f}_{t_m}]^H \quad (17)$$

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} \Phi_{m-1}^H \\ \mathbf{f}_{t_m}^H \end{bmatrix} [\Phi_{m-1} \quad \mathbf{f}_{t_m}] = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{m-1} & \Phi_{m-1}^H \mathbf{f}_{t_m} \\ \mathbf{f}_{t_m}^H \Phi_{m-1} & \mathbf{f}_{t_m}^H \mathbf{f}_{t_m} \end{bmatrix} \quad (18)$$

由分块矩阵求逆定理^[22]可得

$$\mathbf{A}_m^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{m-1}^{-1} + (\mathbf{d}_{m-1} \mathbf{d}_{m-1}^H / \lambda_{m-1}) & \mathbf{d}_{m-1} / \lambda_{m-1} \\ \mathbf{d}_{m-1}^H / \lambda_{m-1} & 1 / \lambda_{m-1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

其中,

$$\mathbf{d}_{m-1} = -\mathbf{A}_{m-1}^{-1} \Phi_{m-1}^H \mathbf{f}_{t_m} \quad (20)$$

$$\lambda_{m-1} = \mathbf{f}_{t_m}^H \mathbf{T}_{m-1} \mathbf{f}_{t_m} \quad (21)$$

将式(19)代入式(15), 经化简可得式(16), 证毕。

命题 2 若 Φ_m 具有满列秩, 则式(15)中定义的 \mathbf{T}_m 具有以下性质:

- (a) $\mathbf{T}_m^H = \mathbf{T}_m$, $(\mathbf{T}_m)^2 = \mathbf{T}_m$;
- (b) $\mathbf{T}_m \mathbf{T}_n = \mathbf{T}_n \mathbf{T}_m = \mathbf{T}_m$, $1 \leq n \leq m$;
- (c) $\mathbf{T}_m \mathbf{f}_{t_n} = \mathbf{0}_{N \times 1}$, $1 \leq n \leq m$ 。

证明

1) 性质(a)可由式(15)直接得出;

2) 当 $m=n$ 时, 性质(b)可由性质(a)直接获得;

当 $m=n+1$ 时, 由式(16)可得

$$\mathbf{T}_m = \mathbf{T}_{n+1} = \mathbf{T}_n - \frac{\mathbf{T}_n \mathbf{f}_{t_{n+1}} \mathbf{f}_{t_{n+1}}^H \mathbf{T}_n}{\mathbf{f}_{t_{n+1}}^H \mathbf{T}_n \mathbf{f}_{t_{n+1}}} \quad (22)$$

式(22)右乘 T_n 得到

$$T_m T_n = T_{n+1} T_n = (T_n)^2 - \frac{T_n f_{t_{n+1}} f_{t_{n+1}}^H (T_n)^2}{f_{t_{n+1}}^H T_n f_{t_{n+1}}} \quad (23)$$

由性质(a)及式(16)可得

$$T_{n+1} T_n = T_{n+1} \quad (24)$$

类似地, 可证明 $T_n T_{n+1} = T_{n+1}$; 当 $m \geq n+2$ 时, 由式(24)可得

$$T_m T_n = T_m T_{m-1} \dots T_{n+1} T_n = T_m \quad (25)$$

类似地, 可证明 $T_n T_m = T_m$;

3) 令 $m=n$, 将式(16)代入, 得到

$$\begin{aligned} T_m f_{t_m} &= T_{m-1} f_{t_m} - \frac{T_{m-1} f_{t_m} f_{t_m}^H T_{m-1} f_{t_m}}{f_{t_m}^H T_{m-1} f_{t_m}} \\ &= T_{m-1} f_{t_m} - T_{m-1} f_{t_m} = \mathbf{0}_{N \times 1} \end{aligned} \quad (26)$$

当 $m \geq n+1$ 时, 由式(24)和式(26)可得

$$T_m f_{t_n} = T_m T_{m-1} \dots T_{n+1} T_n f_{t_n} = \mathbf{0}_{N \times 1} \quad (27)$$

证毕。

上述两命题做基础, 本文提出的 ZF-SIC 递归检测算法可经以下推导得出。

在 ZF-SIC 检测架构中, 每次迭代仅检测一个发送符号, 因此需对发送符号的检测顺序进行排列。本文算法采用基于列范数的最优排序方式, 首先计算每个发送符号对应信道向量的列范数 $\|h_m\|$, $m=1, 2, \dots, M$, 并对其按升序排列, 得到排列的序号 $\mathbf{t}(k)=[t_1, t_2, \dots, t_M]$ 。根据强信号先检测的准则, 可直接得到检测顺序向量为

$$\mathbf{f}(k)=[p_1, p_2, \dots, p_M]=[t_M, t_{M-1}, \dots, t_1] \quad (28)$$

即第 m 次迭代的被检符号应为 $a_{p_m}(k) = a_{t_{M-m+1}}(k)$ 。

定义以下矩阵:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{H}} &\triangleq [\mathbf{h}_{t_1}, \mathbf{h}_{t_2}, \dots, \mathbf{h}_{t_M}] \\ \tilde{\mathbf{a}}(k) &\triangleq [\tilde{a}_{t_1}(k), \tilde{a}_{t_2}(k), \dots, \tilde{a}_{t_M}(k)]^T \\ \Gamma_m &\triangleq \bar{\mathbf{H}}_m^H \bar{\mathbf{H}}_m, \quad m=1, 2, \dots, M \end{aligned}$$

其中, \mathbf{h}_{t_m} 为式(1)中信道矩阵 \mathbf{H} 的第 t_m 列; $\tilde{a}_{t_m}(k)$ 为式(2)中发送符号 $a_{t_m}(k)$ 的估计; 定义 $N \times m$ 矩阵 $\bar{\mathbf{H}}_m$ 表示 $\bar{\mathbf{H}}$ 的前 m 列; 相应地, $\tilde{\mathbf{a}}(k)$ 的前 m 列记为 $\tilde{\mathbf{a}}_m(k)$ 。

下面考虑第 m 次迭代中, 符号 $a_{t_{M-m+1}}(k)$ 的检测过程。已知 $\tilde{\mathbf{a}}_{M-m+1}(k)$ 的 ZF 估计为^[7]

$$\tilde{\mathbf{a}}_{M-m+1}(k) = \Gamma_{M-m+1}^{-1} \bar{\mathbf{H}}_{M-m+1}^H \mathbf{y}_{M-m+1}(k) \quad (29)$$

其中, $\mathbf{y}_{M-m+1}(k)$ 已在第 $m-1$ 次迭代中更新为

$$\mathbf{y}_{M-m+1}(k) = \mathbf{y}_{M-m+2}(k) - \hat{a}_{t_{M-m+2}}(k) \mathbf{h}_{t_{M-m+2}} \quad (30)$$

其中, $\hat{a}_{t_{M-m+2}}(k)$ 为发送符号 $a_{t_{M-m+2}}(k)$ 的硬判决。

令 $\Phi_m = \bar{\mathbf{H}}_m, \Lambda_m = \Gamma_m$, 且设

$$T_m \triangleq I_N - \bar{\mathbf{H}}_m \Gamma_m^{-1} \bar{\mathbf{H}}_m^H, \quad 1 \leq m \leq M \quad (31)$$

则由命题 1 可得 T_{M-m+1} 可按下式递归计算

$$T_{M-m+1} = T_{M-m} - \frac{T_{M-m} \mathbf{h}_{t_{M-m+1}} \mathbf{h}_{t_{M-m+1}}^H T_{M-m}}{\mathbf{h}_{t_{M-m+1}}^H T_{M-m} \mathbf{h}_{t_{M-m+1}}} \quad (32)$$

由式(29)和式(31)可得

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{H}}_{M-m+1}^H \tilde{\mathbf{a}}_{M-m+1}(k) &= (I_N - T_{M-m+1}) \mathbf{y}_{M-m+1}(k) \\ &= \mathbf{y}_{M-m+1}(k) - T_{M-m+1} \mathbf{y}_{M-m+1}(k) \end{aligned} \quad (33)$$

上式展开得到

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{t_1}(k) \mathbf{h}_{t_1} + \tilde{a}_{t_2}(k) \mathbf{h}_{t_2} + \dots + \tilde{a}_{t_{M-m+1}}(k) \mathbf{h}_{t_{M-m+1}} \\ = \mathbf{y}_{M-m+1}(k) - T_{M-m+1} \mathbf{y}_{M-m+1}(k) \end{aligned} \quad (34)$$

将上式左乘 $\mathbf{h}_{t_j}^H T_{j-1}^H$, 并利用命题 2 中的性质,

可得

$$\sum_{i=j}^{M-m+1} \tilde{a}_{t_i}(k) \mathbf{h}_{t_i}^H T_{j-1}^H \mathbf{h}_{t_i} = \mathbf{h}_{t_j}^H T_{j-1}^H \mathbf{y}_{M-m+1}(k) \quad (35)$$

其中, $j=1, 2, \dots, M-m+1$ 。令 $j=M-m+1$, 即可由式(35)得到发送符号的估计:

$$\tilde{a}_{t_{M-m+1}}(k) = \frac{\mathbf{h}_{t_{M-m+1}}^H T_{M-m}^H \mathbf{y}_{M-m+1}(k)}{\mathbf{h}_{t_{M-m+1}}^H T_{M-m}^H \mathbf{h}_{t_{M-m+1}}} \quad (36)$$

经星座匹配, 可得到该发送符号的硬判决:

$$\hat{a}_{t_{M-m+1}}(k) = S[\tilde{a}_{t_{M-m+1}}(k)] \quad (37)$$

至此, 第 m 次迭代中的待检符号 $a_{t_{M-m+1}}(k)$ 已被检出。经 M 次迭代, 所有发送符号均被检出, 算法完毕。

3.2 改进的快速递归算法

基于 3.1 节的算法推导过程, 可提出一种改进的 ZF-SIC 递归检测算法, 该算法流程总结如下:

初始化阶段:

1) 计算 $\|h_m\|$, $m=1, 2, \dots, M$;

2) 对 $\|h_m\|$ 按升序排列, 产生排序序号 $\mathbf{t}(k)=[t_1, t_2, \dots, t_M]$;

3) 根据式(32)及初始条件 $T_0=I_N$, 计算 T_{M-m+1} , $m=M, M-1, \dots, 2$ 。

递归阶段:

1) 设 $m=1$ 。

2) 根据式计算发送符号的估计 $\tilde{a}_{t_{M-m+1}}(k)$ 。

3) 根据式对 $\tilde{a}_{t_{M-m+1}}(k)$ 进行星座匹配, 得到 $\hat{a}_{t_{M-m+1}}(k)$; 判决过程: 若 $m=M$, 算法结束, 得到发送信号向量的估计 $\hat{\mathbf{a}}(k) \triangleq [\hat{a}_{t_1}(k), \hat{a}_{t_2}(k), \dots, \hat{a}_{t_M}(k)]^T$; 若 $m \neq M$, 算法继续。

4) 根据式(30)消除发送符号的硬判决 $\hat{a}_{t_{M-m+1}}(k)$ 对接收信号的影响。

5) 令 $m=m+1$, 返回第 2) 步, 进行下一次迭代。直至算法结束。

与 FRA 算法相比, 提出的算法与 ZF-SIC 的检测架构更加匹配, 具有更低的实现复杂度。

4 算法复杂度分析及其快速实现

4.1 算法复杂度分析

信号与信道矩阵均为复值, 因此本节中的代数运算(加和乘)均为复运算。对提出算法的复杂度分析如下。

初始化阶段:

1) 计算 M 个列范数 $\|\mathbf{h}_m\|$, $m=1, 2, \dots, M$, 共需 MN 次乘法和 $M(N-1)$ 次加法。

2) 按如下方法计算 \mathbf{T}_{M-m+1} , $m=M, M-1, \dots, 2$ 。令 $\mathbf{g}_i = \mathbf{T}_{i-1} \mathbf{h}_{t_i}$, 由式(32), \mathbf{T}_{M-m+1} 可表示为

$$\mathbf{T}_{M-m+1} = \mathbf{T}_{M-m} - \frac{\mathbf{g}_{M-m+1} \mathbf{g}_{M-m+1}^H}{\mathbf{h}_{t_{M-m+1}}^H \mathbf{g}_{M-m+1}} \quad (38)$$

计算 \mathbf{g}_{M-m+1} 需要 N^2 次乘法和 $N(N-1)$ 次加法。计算 $\mathbf{g}_{M-m+1}^H / (\mathbf{h}_{t_{M-m+1}}^H \mathbf{g}_{M-m+1})$ 需要 $2N$ 次乘法和 $N-1$ 次加法。式右边两项均为 Hermitian 矩阵, 利用这一特点, 只需计算对角线及其上方(或下方)元素。因此, 仅再需 $N(N+1)/2$ 次乘法和加法即可得到 \mathbf{T}_{M-m+1} 。迭代共进行 $M-1$ 次, 因此计算式所需乘法和加法次数分别为: $N(M-1)(3N/2+5/2)$ 和 $(3N^2/2+N/2-1)(M-1)$ 。

3) 综上可得, 初始化阶段共需 $3N^2(M-1)/2+7NM/2-5N/2$ 次乘法和 $3(N^2(M-1)+MN)/2-N/2-2M+1$ 次加法。

递归阶段:

1) 令 $\mu_{M-m+1} = \mathbf{h}_{t_{M-m+1}}^H \mathbf{g}_{M-m+1}$, 式可写为

$$a_{t_{M-m+1}}(k) = \eta_{M-m+1} \mathbf{y}_{M-m+1}(k) \quad (39)$$

其中, $\eta_{M-m+1} = \mathbf{g}_{M-m+1}^H / \mu_{M-m+1}$ 。注意到 η_{M-m+1} 在计算式的过程中已经获得, 此处无需进行重复计算。因此, 在第 m 次迭代中, 计算 $a_{t_{M-m+1}}(k)$ 仅需 N 次乘法和 $N-1$ 加法。

2) 在第 m 次迭代中, 更新 $\mathbf{y}_{M-m}(k)$ 需 N 次乘法和 N 次加法。

3) 根据上述计算可得, 递归阶段共需 $(2M-1)N$ 次乘法和 $2M(N-1)$ 次加法。

综上所述, 提出的算法共需 $3MN^2/2+4MN-3(N-M)N/2-7N/2$ 次乘法和 $3MN^2/2+2MN-3(N-M)N/2-4M-N/2+1$ 次加法。

4.2 算法的快速实现

根据上述分析, 本节给出本文算法的快速实现流程。

初始化阶段:

$\|\mathbf{h}_m\|$, $m=1, 2, \dots, M$

$\|\mathbf{h}_m\| \rightarrow t(k) = [t_1, t_2, \dots, t_M]$

$\mathbf{T}_0 = \mathbf{I}_N$.

for $m = M, M-1, \dots, 2$

1) $\mathbf{g}_{M-m+1} = \mathbf{T}_{M-m} \mathbf{h}_{t_{M-m+1}}$

2) $\mu_{M-m+1} = \mathbf{h}_{t_{M-m+1}}^H \mathbf{g}_{M-m+1}$

3) $\eta_{M-m+1} = \mathbf{g}_{M-m+1}^H / \mu_{M-m+1}$

4) $\mathbf{T}_{M-m+1} = \mathbf{T}_{M-m} - \mathbf{g}_{M-m+1} \mathbf{g}_{M-m+1}^H$

end

递归阶段:

for $m = 1, 2, \dots, M$

1) $a_{t_{M-m+1}}(k) = \eta_{M-m+1} \mathbf{y}_{M-m+1}(k)$

2) $\hat{a}_{t_{M-m+1}}(k) = S[a_{t_{M-m+1}}(k)]$

If $m = M$, break;

3) $\mathbf{y}_{M-m}(k) = \mathbf{y}_{M-m+1}(k) - \hat{a}_{t_{M-m+1}}(k) \mathbf{h}_{t_{M-m+1}}$

end

输出信号: $\hat{\mathbf{a}}(k) = [\hat{a}_{t_1}(k), \hat{a}_{t_2}(k), \dots, \hat{a}_{t_M}(k)]^T$

5 算法优势分析与仿真

计算复杂度是算法性能的重要衡量指标, 但以往大多数论文仅关注算法的计算复杂度, 而忽视了算法实现的其他重要方面。鉴于此, 本文从以下 4 个方面对提出的算法进行评估: 计算复杂度、实现难度、存储需求和误码率性能。

5.1 计算复杂度

计算复杂度一般采用发送和接收天线数目相等

时算法所需的浮点运算次数来衡量^[10-23]，且一般认为，一次乘法和加法运算分别需要 6 次和 2 次浮点运算。由文献[10]知 FRA 的计算复杂度为 $2M^3/3+3M^2N+M^2/2+4MN+O(M)$ 次乘法和 $M^3/2+5M^2N/2-M^2+5MN/2+O(M)$ 次加法。当 $M=N$ 时，乘法和加法次数分别为 $11M^3/3+O(M^2)$ 和 $3M^3+O(M^2)$ 。本文算法的计算复杂度为 $3M^3/2+O(M^2)$ 次乘法和 $3M^3/2+O(M^2)$ 次加法，据此可算出乘法和加法运算次数比 FRA 分别降低了 59.1% 和 50%，总浮点运算次数降低了 57.1%。在较小天线数量情况下 ($M=2, 3, \dots, 8$)，FRA 和本文算法的计算复杂度由表 1 给出，可明显看出本文算法需要较少的乘法、加法及浮点运算。

表 1 本文算法与 FRA 的计算复杂度对比

M	乘法运算数目		加法运算数目		浮点运算数目	
	FRA	本文算法	FRA	本文算法	FRA	本文算法
2	47	28	30	20	344	208
3	148	77	95	59	1026	576
4	307	160	216	128	2 272	1 216
5	571	288	413	238	4 250	2 200
6	954	468	702	396	7 128	3 600
7	1 478	711	1 103	613	11 074	5 488
8	2 165	1 024	1 632	896	16 256	7 936

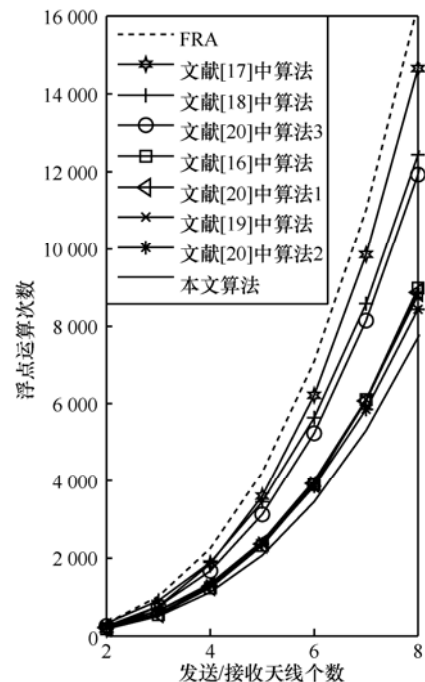
在较小发送和接收天线数目下，本文算法与现有算法^[12-20]的计算复杂度比较由图 1 给出。可看出，本文算法与多数现有算法相比具有较低的计算复杂度。文献[20]中的 FRA 类算法 2 与文献[15]中的 SRA 类算法是目前已知计算复杂度最低的算法，而本文算法与其复杂度相近。

5.2 实现难度和存储需求

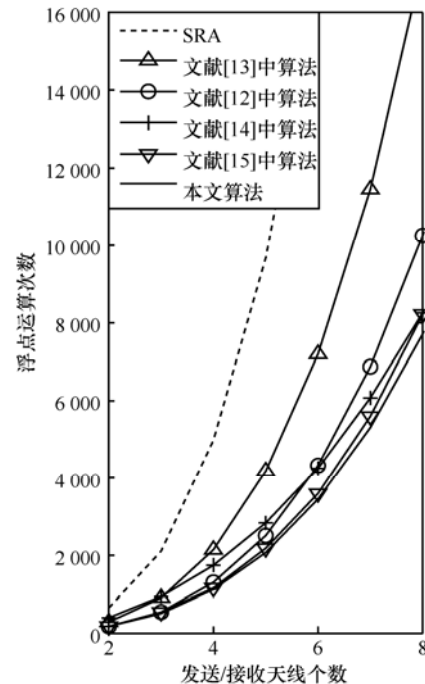
除计算复杂度外，算法是否具有较高的实用价值还取决于其实现难度。由式(5)~式(8)可知，在 FRA 中，每次迭代均需对 $R, Q, H, f(k)$ 相应的行或列进行置换操作，且需对所有置换进行跟踪，从而在检测结束时恢复顺序。这种置换操作虽不增加算法的计算复杂度，却导致内存频繁调动，并且消耗额外的时钟周期，降低算法的实时性；同时，置换和跟踪操作的引入，增加了算法的实现难度。

考虑到上述问题，文献[16]中的算法 1 避免了频繁的置换操作，在提高实时性的同时，与 FRA 相比，大大降低了其实现难度。然而，其计算复杂度与 FRA 相比没有提高。由 4.2 节的算法流程可知，本文算法的实现无需置换操作，因此实现难度与文献[16]中算

法 1 相当，而计算复杂度仅为后者的 50%。



(a) 本文算法与 FRA 类算法的计算复杂度对比



(b) 本文算法与 SRA 类算法计算复杂度对比

图 1 本文算法与现有算法的计算复杂度对比

与 FRA 相比，本文算法的另一优势为具有较低的存储需求。由 2.2 节的算法流程可知，FRA 需对 $R, Q, H, f(k)$ 及 $y(k)$ 进行存储，且在行列置换操作进行时，需大量分配临时内存空间进行数据交换。由 4.2 节的算法流程可知，本文算法只需对 $T, H, t(k)$ 及 $y(k)$

进行存储,且无置换操作,从而降低了存储需求。文献[20]中算法3所需存储需求与本文算法相近,而本文的计算复杂度仅为该算法的60%。

5.3 误码率性能

假设无线信道为准静态瑞利衰落信道,即信道在一帧符号发送过程中不发生改变。考虑到在实际 MIMO 系统中,天线数量受到移动终端尺寸及处理能力的限制,因此仿真中天线数目设为:移动终端2天线,基站2~4天线。系统采用 BPSK 调制。由于基于后验信噪比排序准则的最优译码算法是 ZF-SIC 译码算法性能的理论极限^[23],因此可以作为衡量各种检测算法误符号率性能的标准。图2给出上述条件下本文算法与该最优译码算法以及 FRA 算法的误符号率对比。可以看出在 2×2 天线情况下,本文算法、FRA 算法与最优算法的误符号率曲线基本重合;在 2×3 和 2×4 这2种天线组合下,本文算法与 FRA 算法的差错性能也接近最优。此结果同时证明了本文算法的数值稳定性,正如文献[10]指出的,虽然递归过程可能会导致数值不稳定,但对于实际天线数目情况下,较小的递归次数对数值稳定性的影响可以忽略。

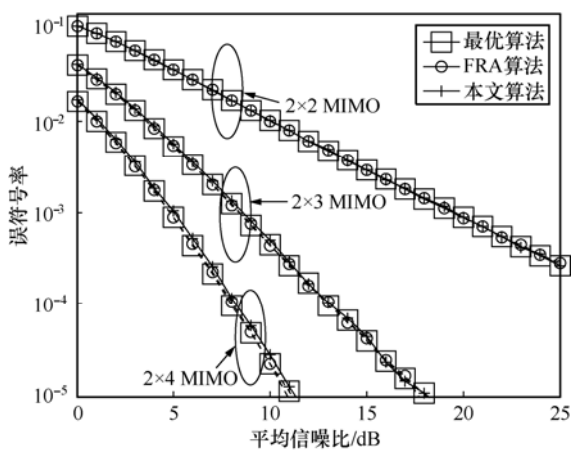


图2 实际天线数目下本文算法与最优算法及FRA算法的误符号率对比

综上所述,本文算法在保持接近最优差错性能的同时,具有低计算复杂度、易实现性和低存储需求等优点,因此与现有算法相比更具实现潜力。

6 结束语

本文提出一种基于串行干扰消除迫零检测的改进递归算法,并给出该算法的快速实现方案及其复杂度分析。通过理论分析与仿真,本文从计算复杂度、实现难度、存储需求和误码率性能4个方面对

本文算法进行评估。结果表明:与FRA相比,本文算法在不降低差错性能的前提下,可将计算复杂度降低57.1%,接近现有算法的最优水平;本文算法因无需进行行列置换操作,在提高算法实时性的同时,具有比FRA更低的实现难度;此外,本文算法具有较低的存储需求。基于以上优点,本文提出的算法具有良好的实现前景。

参考文献:

- [1] FOSCHINI G J, GANS M J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas[J]. *Wireless Personal Communications*, 1998, 6 (3): 311-335.
- [2] GOLDSMITH A, JAFAR S A, JINDAL N, VISHWANATH S. Capacity limits of MIMO channels[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2003, 21 (5): 684-702.
- [3] PAULRAJ A J, GORE D A, NABAR R U, *et al.* An overview of MIMO communications-a key to gigabit wireless[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2004, 92 (2): 198-218.
- [4] SPENCER Q H, PEEL C B, SWINDLEHURST A L, *et al.* An introduction to the multi-user MIMO downlink[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2004, 42 (10): 60-67.
- [5] ALAMOUTI S M. A simple transmit diversity technique for wireless communications[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1998, 16 (8): 1451-1458.
- [6] TAROKH V, SESHADRI N, CALDERBANK A R. Space-time codes for high data rate wireless communications: performance criterion and code construction[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1998, 44 (2): 744-765.
- [7] FOSCHINI G J. Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas[J]. *Bell Labs Technical Journal*, 1996, 1 (2): 41-59.
- [8] WOLNIANSKY P W, FOSCHINI G J, GOLDEN G D, *et al.* V-BLAST: an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2000, 88 (4): 569-587.
- [9] GOLDEN G D, FOSCHINI C J, VALENZUELA R A, *et al.* Detection algorithm and initial laboratory results using V-BLAST space-time communication architecture[J]. *IEEE Electronics Letters*, 1999, 35 (1): 14-16.
- [10] BENESTY J, HUANG Y, CHEN J. A fast recursive algorithm for optimum sequential signal detection in a BLAST system[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51 (7): 1722-1730.
- [11] HASSIBI B. An efficient square-root algorithm for BLAST[A]. *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, Signal Processing (ICASSP)[C]*. Istanbul, Turkey, 2000. 737-740.
- [12] ZHA W, BLOSTEIN S D. Modified decorrelating decision-feedback

detection of BLAST space-time system[A]. Proceedings of IEEE International Conference on Communications (ICC)[C]. New York, 2002. 737-740.

- [13] ZHU H, LEI Z, CHIN F. An improved square-root algorithm for BLAST[J]. IEEE Signal Processing Letter, 2004, 11 (9): 772-775.
- [14] RONTOGIANNIS A A, KEKATOS V, BERBERIDIS K. A square-root adaptive V-BLAST algorithm for fast time-varying MIMO channels[A]. Proceedings of IEEE Conference on Communications (ICC)[C]. Istanbul, Turkey, 2006.3135-3139.
- [15] ZHU H, CHEN W, LI B, *et al.* An improved square-root algorithm for V-BLAST based on efficient inverse cholesky factorization[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2011, 10 (1): 43-48.
- [16] SZCZECINSKI L, MASSICOTTE D. Low complexity adaptation of MIMO MMSE receivers, implementation aspects[A]. Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM)[C]. USA, 2005. 2327-2332.
- [17] LUO Z, LIU S, ZHAO M, *et al.* A novel fast recursive MMSE-SIC detection algorithm for V-BLAST systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2007, 6 (6): 2022-2026.
- [18] ZHU H, LEI Z, CHIN F. An improved recursive algorithm for BLAST[J]. Signal Processing, 2007, 87(6): 1408-1411.
- [19] LIU T H Y. Modified fast recursive algorithm for efficient MMSE-SIC detection of the V-BLAST system[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(10): 3713-3717.
- [20] SHANG Y, XIA X. On fast recursive algorithms for V-BLAST with optimal ordered SIC detection[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(6): 2860-2865.
- [21] LIU T H. Some results for the fast MMSE-SIC detection in spatially multiplexed MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(11): 5443-5448.
- [22] HORN R A, JOHNSON C R. Matrix Analysis[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- [23] 丁子哲, 张贤达. 基于串行干扰消除的 V-BLAST 检测[J]. 电子学报, 2007, 35 (6A): 19-24.
- DING Z Z, ZHANG X D. V-BLAST detection based on successive interference cancellation[J]. Journal of Electronics, 2007, 35 (6A): 19-24.

作者简介:



殷作亮 (1984-), 男, 山东青岛人, 哈尔滨工业大学博士生, 主要研究方向为第四代无线通信系统关键技术理论与算法、多点协作传输技术、码分多址技术和抗干扰理论。



毛兴鹏 (1972-), 男, 黑龙江哈尔滨人, 哈尔滨工业大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信及雷达通信中的信号处理理论。



张钦宇 (1972-), 男, 江苏扬州人, 哈尔滨工业大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线数据传输、移动通信、无线通信网、生物医学电子和人工智能神经网络等。



张乃通 (1934-), 男, 江苏扬州人, 中国工程院院士, 哈尔滨工业大学教授、博士生导师, 主要研究方向为超宽带通信技术、卫星通信、C4I 通信系统、专用移动通信系统、变换域信号处理理论。